49. Workshop über Komplexitätstheorie, Datenstrukturen und effiziente Algorithmen

(Theorietag)

Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

21. November 2003

Zusammenfassungen der Vorträge

(zusammengestellt von Tobias Riege und Jörg Rothe)

Inhalt

Frank Gurski und Egon Wanke (Düsseldorf):
Vertex Disjoint Paths on Clique-Width Bounded Graphs

Robert Elsässer (Paderborn):
Generalizing the Spectral Partitioning Method

Piotr Krysta (Dortmund):
Optimizing Misdirection: Approximating Maximum Weighted Independent Sets in Claw-Free Graphs

Sebastian Bab, Arfst Nickelsen (Berlin):
Reduktionsbeziehungen zwischen polynomiellen Teilinformationsklassen

Holger Petersen (Stuttgart):
Optimales Sortieren auf Turingmaschinen mit einem Arbeitsband

Jan Johannsen (München):
Die Komplexität von Erfüllbarkeitsproblemen mit zwei Variablenvorkommen

Carsten Witt (Dortmund):
Eine Untere-Schranken-Technik zur Laufzeitanalyse evolutionärer Algorithmen

Oliver Giel (Dortmund):
Laufzeitanalysen für einen einfachen multikriteriellen evolutionären Algorithmus

Matthias Galota (Hannover):
Frozen Variables und die Postschen Klassen

Tobias Riege (Düsseldorf):
Exact Complexity of Partitioning Graphs into Generalized Dominating Sets

Vertex Disjoint Paths on Clique-Width Bounded Graphs

Frank Gurski and Egon Wanke
Heinrich-Heine Universität Düsseldorf,
Institute of Computer Science,
D-40225 Düsseldorf,
Germany

We show that r vertex disjoint paths between each of l pairs of vertices can be found in linear time for co-graphs but is NP-complete for graphs of NLC-width at most 4 and clique-width at most 7. This is the first inartificial graph problem shown to be NP-complete on graphs of bounded clique-width but solvable in linear time on co-graphs and graphs of bounded tree-width. We also show that the vertex disjoint paths problem can be solved in polynomial time for graphs of bounded clique-width if l is fixed and an expression for the graph is given to the input.

Generalizing the Spectral Partitioning Method

R. Elsässer

University of Paderborn
Fürstenallee 11
33102 Paderborn, Germany
elsa@uni-paderborn.de

When executing processes on parallel or distributed computer systems a major bottleneck is interprocessor communication. One way to adress this problem is to minimize the communication between processes that are mapped to different processors. In the case of two processors, this translates to the graph bisection problem of the corresponding process graph. A commonly used global bisection heuristic is the Spectral Method. The eigenvector to the second smallest eigenvalue of the Laplacian of the graph is determined, and the vertices are partitioned according to the entries in this eigenvector so that all vertices with an entry higher than a certain value is assign to one part and the other vertices to the other part. Altough substantial experimental work has demonstrated that spectral methods find good partitions of many graphs that arise in applications, for some graphs these methods can fail. Moreover, the quality of the partition that these methods should produce has so far eluded precise analysis. In this talk, we first describe an exact relationsship between the quality of the bisection width of a graph and load distribution problems. Using these relationships, we develop a quadratic program for computing the bisection width and generalize the spectral partitioning method by computing partitions, which maximize the objective function, not only with respect to one eigenvector, but with respect to eigenspaces involving several eigenvectors of the corresponding graph. Furthermore, we analyze the quality of the bisection produced by this generalized spectral partitioning method.

Optimizing Misdirection: Approximating Maximum Weighted Independent Sets in Claw-Free Graphs

Piotr Krysta
Universität Dortmund

A $(d+1)$-claw, where $d \geq 3$ is a given integer, is a graph with one vertex v and $d+1$ additional vertices each connected to v via an edge. A given graph $G = (V, E)$ is $(d+1)$-claw free if it does not have vertex induced $(d+1)$-claws. This class of graphs appears in many applications – e.g. in geometric intersection graphs, and in some computational biology applications. We consider a fundamental maximum weighted independent set problem in a given $(d+1)$-claw free graph, and give a local search based approximation algorithm for this problem. This problem generalizes the set packing problem where all sets have size at most d. Our result gives the first known polynomial time approximation algorithm with a sub-linear approximation ratio for the problem.
This is joint work with Piotr Berman.

Reduktionsbeziehungen zwischen polynomiellen Teilinformationsklassen

Sebastian Bab und Arfst Nickelsen
TU Berlin

Ein Teilinformationsalgorithmus für eine Sprache A schließt bei Eingabe von Worten $x_1, \ldots, x_m$ einige Bitstrings als mögliche Werte für $\chi_A(x_1, \ldots, x_m)$ aus. Für festes m sei $\mathcal{D}$ eine Familie von Mengen von Bitstrings der Länge m. Dann ist $A \in \mathrm{P}[\mathcal{D}]$, falls ein Polynomialzeit-Algorithmus existiert, der bei Eingabe $x_1, \ldots, x_m$ ein $D \in \mathcal{D}$ ausgibt mit $\chi_A(x_1, \ldots, x_m) \in D$ (für andere Ressourcenschranken analog).
Für den interessantesten Fall $m = 2$ liefert dies 10 verschiedene Klassen. Die bekanntesten sind die Klassen der p-selektiven, der 2-cheatable und der 2-membership-comparable (auch 2-approximable) Sprachen, und die easily countable und strongly membership comparable Sprachen (für $m = 2$).
Beigel, Fortnow und Pavan haben 2002 gezeigt:

1. Jede 2-cheatable Sprache ist mit einer Frage polynomiell zeitbeschränkt Turing-reduzierbar auf eine p-selektive Sprache, wenn die Reduktion ein Σ_2^p-Orakel benutzen darf.

2. Es gibt 2-membership-comparable Sprachen, die auf keine p-selektive Sprache polynomiell zeitbeschränkt btt-reduzierbar sind.

Wir können zeigen, dass sich ähnliche positive oder negative Aussagen auch für alle weiteren Paare von Teilinformationsklassen (für $m = 2$) treffen lassen. Bei den positiven Ergebnissen erlauben wir allerdings Orakelzugriffe nicht nur für die Reduktion, sondern auch für den Teilinformationsalgorithmus. Zum Beispiel gilt:

1. Jede 2-cheatable Sprache ist mit einer Frage reduzierbar auf eine Sprache in $\mathrm{P}^{\Sigma_1^p}[\mathrm{MIN}_2]$, wenn die Reduktion ein Σ_1^p-Orakel verwenden darf.

2. Jede 2-easily-countable Sprache läßt sich 1-tt reduzieren auf eine Sprache 2-strongly-membership-comparable Sprache, wenn die Reduktion und der Teilinformationsalgorithmus ein Σ_2^p-Orakel verwenden darf.

3. Es gibt 2-easily-countable Sprachen, die auf keine Sprache aus $\mathrm{P}[\mathrm{BOTTOM}_2]$ polynomiell zeitbeschränkt Turing-reduzierbar sind.

4. Es gibt Sprachen aus $\mathrm{P}[\mathrm{BOTTOM}_2]$, die auf keine p-selektive Sprache polynomiell zeitbeschränkt mit einer Frage reduzierbar sind.

Optimales Sortieren auf Turingmaschinen mit einem Arbeitsband

Holger Petersen
Universität Stuttgart, FMI
Universitätsstraße 38
D-70569 Stuttgart
e-mail: petersen@informatik.uni-stuttgart.de

Wir untersuchen die Zeitkomplexität des Problems, m natürliche Zahlen in binärer Kodierung der Länge jeweils ℓ zu sortieren. Für deterministische Turingmaschinen mit einem Arbeitsband und ohne separates Eingabeband erhielt Wiedermann 1992 die Zeitschranke $\Theta(m\ell \log \binom{m+2^\ell-1}{m})$. Für Maschinen mit der Eingabe auf einem getrennten Eingabeband, das nicht überschrieben werden kann, zeigten Dietzfelbinger, Maass und Schnitger 1991 bei $m = n/(3\log n)$ und $\ell = 3\log n$ die untere Schranke $\Omega(n^{3/2}/\sqrt{\log n})$. Wiedermann gab für das entsprechende nichtdeterministische Maschinenmodell ein Verfahren mit Zeitschranke $O(m^{3/2}\ell)$ an. Offen blieb die Frage, ob für deterministische Maschinen die untere Schranke verbessert werden kann.
Im Vortrag wird ein deterministischer Algorithmus mit Laufzeit $O(m^{3/2}\ell)$ für $\ell = O(\sqrt[4]{m})$ vorgestellt, der die Optimalität der zitierten unteren Schranke zeigt.

Die Komplexität von Erfüllbarkeitsproblemen mit zwei Variablenvorkommen

Jan Johannsen
Institut für Informatik
LMU München
jjohanns@informatik.uni-muenchen.de

Es bezeichne KNF(2) die Menge der aussagenlogischen Formeln in KNF, in denen jede Variable höchstens zweimal vorkommt.
Das Erfüllbarkeitsproblem für Formeln in KNF(2) ist vollständig für **L** (deterministisch logarithmischer Platz). Für diese Klasse waren bisher keine natürlichen vollständigen Erfüllbarkeitsprobleme bekannt. Die gleiche Komplexität hat auch das Problem NAE-SAT (*not-all-equal satisfiability*) für KNF(2)-Formeln.
Dagegen ist das Problem XSAT (*exact satisfiability*) für Formeln in KNF(2) äquivalent zu dem Problem, von einem Graphen zu entscheiden, ob er ein perfektes Matching enthält.

Eine Untere-Schranken-Technik zur Laufzeitanalyse evolutionärer Algorithmen

Carsten Witt
Universität Dortmund

Zusammenfassung

Evolutionäre Algorithmen (EAs) sind randomisierte Suchheuristiken, die erfolgreich zur Optimierung pseudoboolescher Funktionen $f\colon \{0,1\}^n \to \mathbb{R}$ eingesetzt werden. Bei grundlegenden theoretischen Analysen interessiert man sich oft für die erwartete Laufzeit einfacher EAs auf Beispielfunktionen. Da derartige Betrachtungen oft nur für sehr einfache EAs mit Populationsgröße 1, z. B. für den so genannten (1+1)-EA, gelten, ist eine Übertragung dieses Ansatz auf einfache populationsbasierte EAs wünschenswert.

Im Vortrag betrachten wir den so genannten (μ+1)-EA zur Maximierung pseudobooleescher Funktionen. Dies ist ein einfacher populationsbasierter EA mit Populationsgröße μ, der pro Schritt einen neuen Suchpunkt erzeugt, indem ein gegebener Suchpunkt an jedem Bit mit Wahrscheinlichkeit $1/n$ mutiert, d. h. eine Komplementbildung vorgenommen wird. Der zu mutierende Suchpunkt ist dabei gleichverteilt aus der aktuellen Population gewählt. Aus einer temporären Population mit $\mu + 1$ Elementen entfernt der (μ+1)-EA dann einen Punkt mit geringstem Funktionswert, um die aktuelle Population für den nächsten Schritt zu bilden. Uns interessiert die erwartete Zahl solcher Schritte, bis der (μ+1)-EA erstmalig einen optimalen Suchpunkt generiert hat.

Es stellt sich heraus, dass der (μ+1)-EA auf drei Beispielfunktionen für kein $\mu > 1$ effizienter als der (1+1)-EA ist. Darüber hinaus leiten wir untere Schranken für die erwartete Laufzeit her, die proportional zur Populationsgröße μ sind. Zum Beweis kommt eine neue Untere-Schranken-Technik zum Einsatz, die für jeden initialen Suchpunkt einen so genannten Stammbaum betrachtet. Theorien über zufällige Bäume erlauben uns dann, obere und untere Schranken für die erwartete Tiefe der zufälligen Stammbäume herzuleiten. Aus diesen Schranken erhalten wir einerseits die gewünschten unteren Schranken für die Laufzeit des (μ+1)-EA. Andererseits stellt sich heraus, dass die neue Technik auch zur Analyse allgemeinerer populationsbasierter EAs angewendet werden kann.

Runtime Analyses for a Simple Multi-objective Evolutionary Algorithm[1]

Oliver Giel
Universität Dortmund

Abstract

Evolutionary algorithms are not only applied to optimization problems where a single objective is to be optimized but also to problems where several and often conflicting objectives are to be optimized simultaneously. Practical knowledge on the design and application of multi-objective evolutionary algorithms (MOEAs) is available but well-founded theoretical analyses can hardly be found. Laumanns, Thiele, Zitzler, Welzl, and Deb (2002) have started such an analysis for two simple multi-objective evolutionary algorithms (SEMO and FEMO). In this work, the (expected) runtime of a variant of SEMO that searches globally rather than locally is investigated. It is proven that the expected runtime is $O(n^n)$ for all objective functions $\{0,1\}^n \to \mathcal{R}^m$. For each $d \in \{2, \ldots, n\}$, a bicriteria problem such that the expected runtime is $\Theta(n^d)$ is presented. Applied to the problem LOTZ (leading ones trailing zeroes), the expected runtime of the algorithm is $O(n^3)$ and the runtime does not exceed this bound with overwhelming probability. It has been conjectured that the expected runtime for the problem MOCO (multi-objective counting ones) is of the order of $n^2 \log n$. It is proven that the runtime is $\Theta(n^2 \log n)$ with high probability. Yet, it is also shown that the expected runtime is very large.

[1]Supported by the Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) as part of the Collaborative Research Center "Computational Intelligence" (SFB 531).

Frozen Variables und die Postschen Klassen

Matthias Galota
Fachgebiet Theoretische Informatik
Universität Hannover
Appelstraße 4
30167 Hannover
E-Mail: `galota@thi.uni-hannover.de`

Eine Variable x einer Booleschen Formel F wird als „frozen" bezeichnet, wenn F erfüllbar ist und wenn x in allen Zuweisungen, die F erfüllen, denselben Wert besitzt. Wir betrachten nun Boolesche Schaltkreise. Schaltkreise über der Basis $\{\neg, \wedge\}$ können alle Booleschen Formeln darstellen und es ist bekannt, dass das *Frozen-Variable-Problem* (FV):

Eingabe: Boolescher Schaltkreis C über der Basis $\{\neg, \wedge\}$, Variablenmenge M

Frage: Ist jede Variable aus M in C gefroren?

vollständig für die Komplexitätsklasse DP ist. Dabei ist DP die Klasse aller Probleme, die die Schnittmenge eines NP- und eines coNP-Problems sind.
Wir haben uns nun für die Frage interessiert, wie sich die Komplexität von FV für bestimmte Klassen eingeschränkter Boolescher Schaltkreise verhält, nämlich die Postschen Klassen.
Wir konnten für jede Postsche Klasse K die Komplexität von $FV(K)$ bestimmen. Dabei wurde ein Trichotomieresultat erzielt: $FV(K)$ ist entweder in P, coNP-vollständig oder DP-vollständig.
Außerdem haben wir auch Komplexitätsbetrachtungen für mit FV verwandte Probleme betrachtet.
Dieser Vortrag beruht auf gemeinsamer Arbeit mit Elmar Böhler, Nadia Creignou und Steffen Reith.

Exact Complexity of Partitioning Graphs into Generalized Dominating Sets

Tobias Riege
Heinrich-Heine Universität Düsseldorf,
Institute of Computer Science,
D-40225 Düsseldorf,
Germany

Partitioning a graph G into generalized dominating sets is the question of whether a (k, σ, ρ)-partition of G exists. A (k, σ, ρ)-partition of G is a partition of its vertices into k disjoint sets which satisfy certain properties described by σ and ρ. For example the problem of finding a $(k, \{0\}, \mathbb{N})$-partition for G is equal to legally color G with k distinct colors, also known as the k-`COLORABILITY` problem. Depending on the values of σ and ρ, the (k, σ, ρ) problems are either maximum or minimum problems. For values of $\{0\}$, $\{0, 1\}$, $\{1\}$, $\mathbb{N}$ and $\mathbb{P}$ for σ and ρ, Heggernes proved in 1996 the exact values k which mark the cutoff point between NP-completeness and membership in P.

We show that some of the exact versions of partitioning graphs into generalized dominating sets are complete for DP, the second level of the boolean hierarchy over NP. The exact version of maximum problems asks whether there exists a (k, σ, ρ)-partition of G, but not a $(k + 1, \sigma, \rho)$-partition. Most of our results leave a gap between DP- and NP-completeness and therefore can still be improved. Our reductions apply Wagner's conditions sufficient to prove hardness for the levels of the boolean hierarchy over NP.